

Adı Soyadı:

16.11.2023

Numara:

MAT 315 CEBİR I DERSİ KISA SINAV SORULARI

A GRUBU

- 1) 216417 ile 9438 sayılarının obeb'lerini Öklid Algoritması yoluyla bulunuz. Ayrıca  $d = 216417x + 9438y$  yapan  $x, y \in \mathbb{Z}$  tam sayılarını bulunuz.

$$216417 = 22 \cdot 9438 + 8781$$

$$9438 = 1 \cdot 8781 + 657$$

$$8781 = 13 \cdot 657 + 240$$

$$657 = 2 \cdot 240 + 177$$

$$240 = 1 \cdot 177 + 63$$

$$177 = 2 \cdot 63 + 51$$

$$63 = 1 \cdot 51 + 12$$

$$51 = 4 \cdot 12 + \textcircled{3}$$

$$3 = -747 \cdot 216417 + 17129 \cdot 9438$$

bulunur.

2)

- a)  $(x, b) = 1$  ise  $24|x^2 - 1$  olduğunu gösteriniz.

ortak

- b)  $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Z} \frac{a}{b} \rightarrow f\left(\frac{a}{b}\right) = a$  ile tanımlı  $f$  bağıntısı fonksiyon mudur? Gösteriniz.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \text{ olup } f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \wedge f\left(\frac{2}{4}\right) = 2 \text{ olup}$$

fonksiyon değildir.

Prof. Dr. Şenol EREN

Adı Soyadı:

16.11.2023

Numara:

MAT 315 CEBİR I DERSİ KISA SINAV SORULARI

B GRUBU

1) 360695 ile 15730 sayılarının obeb'lerini Öklid Algoritması yoluyla bulunuz. Ayrıca

$d = 360695x + 15730y$  yapan  $x, y \in \mathbb{Z}$  tam sayılarını bulunuz.

$$360695 = 22 \cdot 15730 + 14635$$

$$15730 = 1 \cdot 14635 + 1095$$

$$14635 = 13 \cdot 1095 + 400$$

$$1095 = 2 \cdot 400 + 295$$

$$400 = 1 \cdot 295 + 105$$

$$295 = 2 \cdot 105 + 85$$

$$105 = 1 \cdot 85 + 20$$

$$85 = 4 \cdot 20 + \textcircled{5}$$

$$5 = -747 \cdot 360695 + 17179 \cdot 15730$$

bulunur.

2)

a)  $a, b \in \mathbb{Z}$  için  $(a, b) = (a + b, b) = (a - b, a)$  olduğunu gösteriniz.

$$(a, b) = d \wedge (a + b, b) = k \text{ olsun } d|a \wedge d|b \Rightarrow d|a+b \Rightarrow d|k$$

$$k|a+b \wedge k|b \Rightarrow a+b = k \cdot t, a = kt - b \Rightarrow k|a \Rightarrow k|d$$

$d = k$  bulunur.

b)  $(x, 6) = 1$  ise  $24|x^2 - 1$  olduğunu gösteriniz.

$$(x, 6) = 1 \Rightarrow x = 6p+1 \vee x = 6p+5 \quad x = 6p+1 \Rightarrow$$

$$x^2 = 36p^2 + 12p + 1 = 12p(3p+1) + 1 \quad p \text{ tek ise } 2k+1 = p$$

$$x^2 = 12(2k+1)(6k+4) + 1 = 24(2k+1)(3k+2) + 1 \equiv 1 \pmod{24}$$

Prof. Dr. Şenol EREN

çift ise  $p = 2k$

$$x^2 = 12(2k)(6k+1) + 1 = 24k(6k+1) + 1 \equiv 1 \pmod{24}$$

dolayısıyla  $24|x^2 - 1$  bulunur.

Ad-Soyad:

21.11.2023

Numara:

SAYILAR TEORİSİ I KISA SINAV SORULARI

1)  $38x + 111y = 7$  Diophant denkleminin genel çözümlerini bulunuz.

$$\begin{aligned} 111 &= 2 \cdot 38 + 35 & 1 &= 38 \cdot 38 - 13 \cdot 111 \\ 38 &= 1 \cdot 35 + 3 & 7 &= 266 \cdot 38 - 91 \cdot 111 \\ 35 &= 11 \cdot 3 + 2 \\ 3 &= 1 \cdot 2 + 1 & x_0 &= -266 & y_0 &= -91 \end{aligned}$$
$$x = 266 + 111k \quad y = -91 - 38k$$

2) a)  $(x, 6) = 1$  ise  $24 \mid x^2 - 1$  olduğunu gösteriniz.  $(x, 6) = 1 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} x &= 6p+1 \vee x = 6p+5, \quad x = 6p+1 \Rightarrow n^2 = 36p^2 + 12p + 1 = 12p(3p+1) + 1 \\ p \text{ tek ise } p &= 2k+1, \quad n^2 = 12(2k+1)(6k+1) + 1 = 24(2k+1)(3k+2) + 1 \\ \text{olup } 24 \mid n^2 - 1 &\text{ olur. } p \text{ çift ise } p = 2k \\ n^2 &= 12(2k)(6k+1) + 1 = 24k(6k+1) + 1 \text{ olup } 24 \mid n^2 - 1 \text{ bul.} \\ \text{aynı şeyler } x &= 6p+5 \text{ içinde yapılıyor.} \end{aligned}$$

b)  $(a, a+k) \mid k$  olduğunu gösteriniz.

$$\begin{aligned} (a, a+k) &= d \quad \text{olsun} \quad d \mid a \wedge d \mid a+k \\ a+k &= dt \Rightarrow k = a - dt \Rightarrow d \mid k \text{ bulunur.} \end{aligned}$$